

**ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ХАРАКТЕРИСТИКИТЕ И КРИВИТЕ  
НА ОБЕЗПЕЧЕНОСТ НА ОТТОКА КЪМ СТВОРОВЕ  
С НАРУШЕН РЕЖИМ**

Д. Мандаджиев

Ако с  $X_j$  ( $j=1$  до  $l$ ) се означат елементите във входа на трансформиращата система речен баланс, то изходът — процесът речен отток, може да се запише по следния начин:

$$(1) \quad [Q(t):t \in T] = S[X_1(t), X_2(t), \dots, X_l(t):t \in T].$$

Функцията  $S$  представлява структурата на трансформиращата система и нейният вид е постоянен, ако комплексът от условия не се променя.

При променлив комплекс от условия равенството 1 може да се запише във вида

$$(2) \quad [Q(t):t \in T] = [S(t):t \in T][X_1(t), X_2(t), \dots, X_l(t):t \in T],$$

т. е. структурата на трансформиращата система се изменя с времето и процесът речен отток не е допустимо да се разглежда като стационарен в какъвто и да е смисъл. Характеристиките на процеса  $Q(t)$  за определена  $S(t)$  представляват така нареченият нарушен режим на оттока.

Доколкото до момента видът на  $S(t)$  не може да се определи със задоволителна точност, целесъобразно е да се използва структура на водностанопанската система. Ако с  $Q_j(t)$  ( $j=2$  до  $l$ ) се означат компонентите на системата и с  $Q_1(t)$  „естественият отток“ за разглеждания створ, то

$$(3) \quad [Q(t):t \in T] = [S_1(t):t \in T][Q_1(t), Q_2(t), \dots, Q_l(t):t \in T],$$

т. е. като вход на трансформиращата система се въвеждат в този случай процесите, отговарящи на различните водоизползвания и водопотребления.

За  $S(t)$ , респективно  $S_1(t)$ , може да се приеме, че се изменя дискретно или е постоянна за последователни периоди  $\Delta T$ . При тази постановка характеристиките на  $Q(t)$  се отнасят за серия състояния, които започват при естествен комплекс от условия и завършват (ако това изобщо може да стане) тогава, когато окончателно се застрои съответният водосборен басейн. Очевидно е, че се преминава от една начална структура на трансформиращата система  $S(\Delta_1 T)$ , валидна за достатъчно дълъг минал период, през множество  $S(\Delta_i T)$  за ограниче-

ни  $\Delta_i T$ , за да се завърши с  $S(\Delta_n T)$ , валидно за достатъчно дълъг бъдещ период. Поради вероятностния характер на процеса  $Q(t)$  неговите характеристики трябва да се получат с валидност за неограничен период от време и когато  $S$  или  $S_1$  са постоянни за ограничени  $\Delta T$ , на които отговаря съответно ограничена по обем информация. От този факт произтичат най-съществените трудности при изучаване на нарушения режим на оттока.

Когато се изследва нарушения режим на оттока, са налице същите случаи, както при естествения — наличие, недостатъчни и липса на данни. При достатъчно еднородни (за постоянна структура на трансформиращата система) данни характеристиките на оттока и кривите на обезпеченост се получават по познатите способы. Трябва обаче да се внимава с избора на изчислителния период поради многообразието в действието на нарушаващите режима на оттока съоръжения и системи. Обикновено прилаганите методи за оценка на точността на получените статистически параметри могат да доведат до грубо формални заключения. Например, ако се приеме, че за р. Искър при гр. Нови Искър и р. Росица при Водолей след влизането в експлоатация на водохранилищата „Искър“ и „Ал. Стамболийски“ структурите на трансформиращите системи остават постоянни, по данните от съответните периоди (20 и 25 години) могат да се пресметнат параметрите на годишния отток. Съответно се получават коефициенти на вариация 0,219 и 0,609 и грешки на средните стойности 4,9 и 11,3%. Разликата в получената точност на средните стойности се обуславя преди всичко от характера на нарушаващите съоръжения, едното от които е многогодишен изравнител с малък процент на безвъзвратно използвани води, а другото е сезонен изравнител с голям процент на безвъзвратно използвани води. Анализът на годишния отток, приведен към естествено състояние, показва, че средните стойности са определени с почти еднаква точност, но от многоводен непредставителен изчислителен период, т. е. данните са недостатъчни.

Когато данните са недостатъчни, може да се процедира по два начина в зависимост от това, дали е познат или не теоретичният модел на закона на разпределението. При познат модел е възможно характеристиките да се определят с помощта на теорията за получаване на моментите на системата, чиято структура е известна. Конкретно за случая известно е уравнението, свързващо компонентите на водностапанската система;

$$(4) \quad Q = S(Q_1, Q_2, \dots, Q_l).$$

Методът се състои в разлагане на функцията  $Q(Q_1, Q_2, \dots, Q_l)$  в многомерен ред на Тейлор в точките, в които случайният параметър от всяка компонента взема стойностите на математическата надежда, дисперсията и т. н. Съответните формули са дадени като приложения

1 за случаите на некорелирани и корелирани компоненти. При линейна зависимост на  $Q$  техният вид е значително по-прост.

Прилагането на изложената методика се затруднява, когато водопотреблението се обезпечавя в зависимост от притока, а освен това се предполага познаването на теоретичния закон на разпределение, който значително може да се различава от този при предходната структура на системата.

Целесъобразно е за построяване на кривите на обезпеченост при нарушен режим да се приспособи методът, даден в [1], но поради особения характер на задачата е необходимо да се въведат начални и гранични условия.

При зададена функция  $Q = S_1(Q_1, Q_2, \dots, Q_l)$  вероятността на непревишение  $p(Q_k) = p(Q < Q_k)$  може да се изрази като  $l$ -кратен интеграл от многомерната диференциална вероятност на аргументите на зададената функция

$$(5) \quad p(Q_k) = \int \int \dots \int_{Q(Q < Q_k)} f(Q_1, Q_2, \dots, Q_l) dQ_1 dQ_2 \dots dQ_l.$$

Г. А. Алексеев [1] в качеството на нови променливи въвежда независимите рангови номера, т. е. условните вероятности на непревишение

$$(6) \quad P_1 = p_1(Q_1), P_2 = p_2(Q_2/\tilde{Q}_2), \dots, P_l = p_l(Q_l/\tilde{Q}_l),$$

и преобразува формула 5 в

$$(7) \quad P(Q_k) = \int \int \dots \int_{Q(Q < Q_k)} dP_1 dP_2 \dots dP_l.$$

Новите променливи са разпределени равномерно в  $l$ -мерен единичен куб с плътност на вероятностите

$$(8) \quad f^*(P_1, P_2, \dots, P_l) = 1,$$

благодарение на което за определяне на интегралната крива на непревишение могат да се използват равномерно разпределени случайни числа (метод Монте Карло).

Всички компоненти на водностапанската система са случайни процеси. Характеристиките на една част от тях се определят от природния комплекс от условия, а на друга и от социални и икономически фактори. За опростяване на модела зависимостта (3) може да се представи във вида

$$(9) \quad \tilde{Q}(t) = \sum_1^l Q_i(t) + \sum_1^g Q_j(t),$$

т. е. за случайни процеси да се приемат само първите от споменатите, а вторите да се определят в зависимост от началните и граничните условия по опростени схеми. При тази постановка поради характера на задачата точността няма особено да пострада.

Численото решение се реализира в следната последователност:

1. Получава се структурата на водностопанската система като уравнение от вида на (9), отнасяща се за периода  $\Delta T$ , с постоянен комплекс от условия, за който се търси кривата на безопасност. За компонентите на системата, приети за случайни процеси, се построяват безусловните криви на безопасност.

2. Задават се началните и граничните условия в зависимост от структурата на водностопанската система и съображенията за оптималност при използване на водните ресурси.

3. За компонентите от първата група след подреждането им по значимост по отношение определянето на  $Q(t)$  по методи, дадени в [1], се получават уравненията на нормализираната регресия

$$(10) \quad \begin{aligned} \tilde{U}_2 &= a_{21}U_1 \\ \tilde{U}_3 &= a_{31}U_1 + a_{32}U_2 \\ \tilde{U}_l &= a_{l1}U_1 + a_{l2}U_2 + \dots + a_{l,l-1}U_{l-1} \end{aligned}$$

и средноквадратичните отклонения

$$(11) \quad S_j = +\sqrt{1-R_j},$$

където  $R$  е коефициентът на множествена корелация,  $a_{ij}$  са коефициентите на регресия и  $U_j$  — нормализираните променливи.

4. Генерират се в ЕИМ или се вземат от таблица с равномерно разпределени случайни числа  $M$  избора от по  $l$  съчетания на независимите рангови променливи

$$(12) \quad (P_{11}, \dots, P_{1l}), (P_{21}, \dots, P_{2l}), \dots, (P_{M1}, \dots, P_{Ml})$$

(при спазване на условието  $M \gg Nl$ , където  $N$  е броят на членовете в редовете от първата група.

5. За случайните компоненти от израза (9) с помощта на уравнения (10), изразите

$$(13) \quad \begin{aligned} p_1 &= P_1, \quad Q_1 = F(p_1) \\ U_2 &= \tilde{U}_2 + S_2 F(P_2), \quad p_2 = \Phi(U_2), \quad Q_2 = F(p_2) \\ U_l &= \tilde{U}_l + S_l F(P_l), \quad p_l = \Phi(U_l), \quad Q_l = F(p_l) \end{aligned}$$

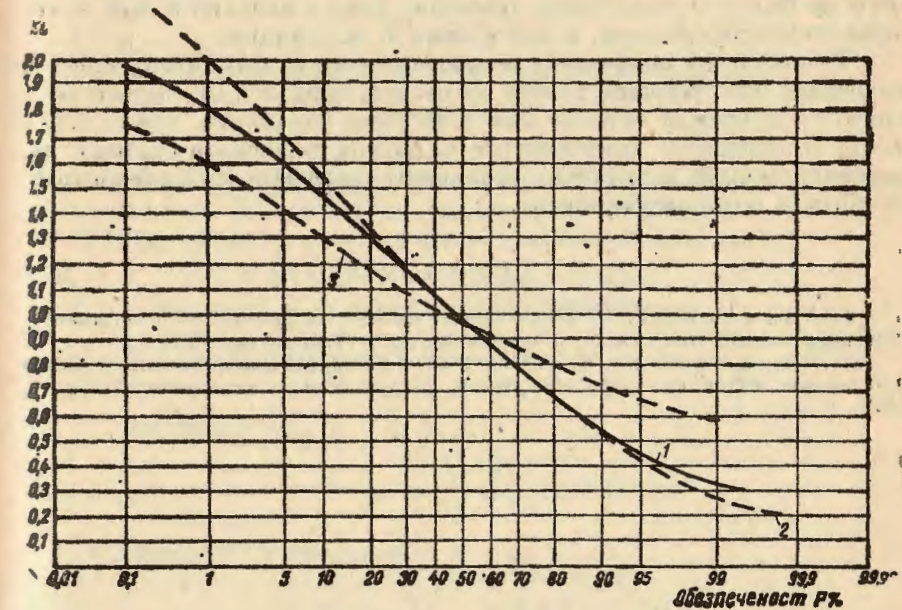
и таблица със стойности за квантилите на нормалната нормирана интегрална функция на разпределение се пресмятат  $M$  групи от по  $l$  съчетания

$$(14) \quad (Q_{11}, \dots, Q_{1l}), (Q_{21}, \dots, Q_{2l}), \dots, (Q_{M1}, \dots, Q_{Ml}).$$

Изчисляват се статистическите характеристики на получените  $l$  реда и се сравняват с тези на изходните редове. Ако разликите са

незначителни, моделирането е извършено добре, в противен случай то се повтаря.

6. От така получените стойности с помощта на уравнение (9), като се отчитат началните и граничните условия и съображенията



Фиг. 1. Крива на безопасност на р. Искър при Курило (Нови Искър) при ниво на нарушение 1975 г.

1 — естествен отток; 2 — регистриран отток след 1956 г.

Fig. 1. Supply curve of the Iskar river near Kurilo with violated level in 1975:

1 — natural flow, 2 — registered flow after 1956.

за оптималност, се пресмятат  $\tilde{Q}_1, \tilde{Q}_2, \dots, \tilde{Q}_M$  и с така получените стойности се определят характеристиките на оттока, построява се емпиричната крива на безопасност и се търси подходящия ѝ теоретичен модел.

Като се използва изложената схема, е построена кривата на безопасност на годишния отток на р. Искър при Курило за ниво на водностопанската система 1975 г. На фиг. 1 заедно с тази крива са дадени и кривите на естествения отток и тази построена по данните от наблюденията след 1956 г.

От изложената теоретична постановка за решаване на проблема и проведения числен експеримент могат да се направят следните важни изводи:

Определянето на характеристиките и кривата на безопасност

на оттока при нарушен режим не е чисто хидроложка, а е и водно-стопанска задача със значителна сложност.

Базова характеристика е оттокът при първоначален постоянен комплекс от условия и изследванията върху естествения режим винаги ще бъдат от съществено значение. Това е валидно в още по-голяма степен за створове, в които няма х. м. станции.

Точността на получените резултати освен от факторите, които я определят при нарушен режим на оттока, зависи и от: точността, с която се привежда оттокът към естествено състояние, точността, с която се определят компонентите на водно-стопанската система, въведените начални и гранични условия и свързването им с водопотребленията и водополюванията.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Алексеев, Г. А., Объективные методы выравнивания и нормализации корреляционных связей. Гидрометеониздат, Ленинград, 1971.
2. Мандаджиев, Д. А. Определяне на характеристиките на сезонния и годишния отток при нарушен режим. Хидрология и метеорология, кн. 6, 1973.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Формули за изчисляване на параметрите на оттока при нарушен режим и позната структура на водно-стопанската система

I. Случай на некорелирани членове и пренебрегване на членовете от реда на Тейлор с порядък, по-висок от втори:

Структура на водно-стопанската система в общ вид —

$$(16) \quad Q = S(Q_1, Q_2, \dots, Q_l);$$

математическа надежда —

$$(17) \quad M(Q) = S[M(Q_1) + M(Q_2) + \dots + M(Q_l)] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 S}{\partial Q_i^2} \sigma^2(Q_i);$$

дисперсия —

$$(18) \quad \sigma^2(Q) = \sum_{i=1}^l \left( \frac{\partial S}{\partial Q_i} \right)^2 \sigma^2(Q_i);$$

коэффициент на вариация —

$$(19) \quad C_v(Q) = \frac{1}{M(Q)} \sqrt{\sum_{i=1}^l \left( \frac{\partial S}{\partial Q_i} \right)^2 \sigma^2(Q_i)}$$

коэффициент на асиметрия —

$$(20) \quad C_s(Q) = \frac{1}{C_v^3(Q) M(Q)^3} \left[ \sum_{i=1}^l \left( \frac{\partial S}{\partial Q_i} \right)^3 \mu_3(Q_i) \right];$$

$$(21) \quad \mu_3(Q_i) = C_s(Q_i) C_v(Q_i) \bar{Q}_i.$$

II. Случай на корелирани членове и пренебрегване на членовете от реда на Тейлор с порядък, по-висок от втори:

математическа надежда —

$$(22) \quad M(Q) = S[M(Q_1), M(Q_2), \dots, M(Q_l)] + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^l \frac{\partial^2 S}{\partial Q_i^2} \sigma^2(Q_i) + \sum_{i > j} \frac{\partial^2 S}{\partial Q_i \partial Q_j} M\{[Q_i - M(Q_i)][Q_j - M(Q_j)]\};$$

дисперсия —

$$\begin{aligned}
 (23) \quad \sigma^2(Q) &= \sum_{i=1}^l \left( \frac{\partial S}{\partial Q_i} \right)^2 \sigma^2(Q_i) + \\
 &+ 2 \sum_{i < j} \sum \left( \frac{\partial S}{\partial Q_i} \right) \left( \frac{\partial S}{\partial Q_j} \right) M \{ [Q_i - M(Q_i)] [Q_j - M(Q_j)] \} + \\
 &+ \sum_{i=1}^l \left( \frac{\partial S}{\partial Q_i} \right) \left( \frac{\partial^2 S}{\partial Q_i^2} \right) \mu_3(Q_i) + \sum_{i \neq j} \sum \left( \frac{\partial S}{\partial Q_i} \right) \left( \frac{\partial^2 S}{\partial Q_j^2} \right) \times \\
 &\quad \times M \{ [Q_i - M(Q_i)] [Q_j - M(Q_j)] \} + \\
 &+ 2 \sum_{i \neq j} \sum \left( \frac{\partial S}{\partial Q_i} \right) \left( \frac{\partial^2 S}{\partial Q_i \partial Q_j} \right) M \{ [Q_i - M(Q_i)] [Q_j - M(Q_j)] \} + \\
 &+ 2 \sum_{i \neq j \neq s} \sum \sum \left( \frac{\partial S}{\partial Q_i} \right) \left( \frac{\partial^2 S}{\partial Q_j \partial Q_s} \right) M \{ [Q_i - M(Q_i)] \times \\
 &\quad \times [Q_j - M(Q_j)] [Q_s - M(Q_s)] \}, \\
 \sigma(Q) &= +\sqrt{\sigma^2(Q)} \text{ и } C_o(Q) = \frac{\tau(Q)}{M(Q)}.
 \end{aligned}$$

### DETERMINATION OF RUN-OFF CHARACTERISTICS AND SECURITY CURVES IN THE PLACES WITH VIOLATED REGIME

D. Mandadjiev

(Summary)

The river run-off in certain places can be illustrated by the following formula:

$$[Q(t): t_E T] = [S(t): t_E T] [X_1(t): X_2(t) \dots X_l(t): t_E T]$$

where  $X_1(t)$  indicates the run-off meteorological factors (input) and  $S(t)$  the structure of the transforming 'river basin' system. If all conditions undergo changes as a result of human activities,  $S(t)$  will also be modified, i. e. a dynamic system is available. The characteristics of  $Q(t)$  for different  $S(t)$  are known as violated run-off regime. To determine  $S(t)$  is difficult. That is why it is reasonable to introduce the so-called structure of hydro-economic system  $S_1(t)$  and then  $Q(t)$  should be presented as a function of its components and the registered run-off:

$$[Q(t): t_E T] = [S_1(t): t_E T] [Q_1(t): Q_2(t) \dots Q_l(t): t_E T].$$

Two variants are possible in the course of establishing the run-off characteristics: a) when there are observation for a quite long period with a constant  $S_1(t)$ ; b) when such observations are missing. The first case necessitates to apply conventional methods for run-off analysis while the second one needs two ways of action: when we have in mind the theoretical law of run-off distribution and when we are not familiar with it.

The method's precision depends on the accuracy in defining the components of hydro-economic system and registered run-off.